Controle n° : 1 — 1ère Semestre — 2k

2020 - 2021

ثانوية الليمون
أولى ع ت 2

↕ N'utiliser pas le stylo rouge !

Note

EXERCICE.1 :

4 pts

① Donner la négation des propositions suivantes :

P : (23 est un nombre impair)

Q : $\sqrt{7} + 1 = 8$

R : $(5 = 1)$ ou $(\sqrt{20} = 2\sqrt{5})$

S : $(\forall x \in \mathbb{R})$; $x^2 = x$

2 pts ② Quelle est la valeur de vérité de P et Q ?

2pts ③ Montrer par contre exemple que S est fausse.

4 pts ④ Donner une proposition H vraie et une proposition K fausse.

EXERCICE.2 :

4 pts ① Montrer par contraposée que :

$\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2$: $a + 2b \leqslant 3 \Rightarrow (a \leqslant 2 \text{ ou } b \leqslant \frac{1}{2})$

4 pts ② Démontrer par récurrence l'une des propositions suivantes :

2-a | $(\forall n \in \mathbb{N})$ 3 divise $7^n - 4^n$

2-b | $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $9^n \geqslant 4^n + 2^n$

— * Bon courage * —

Scanné avec CamScanner

1 Bac. Sc [2k] Correction du: DS n°1

EX.1 ① $\overline{P}$: (23 est un nombre pair)

$\overline{Q}$: $\sqrt{7}+1 \neq 8$

$\overline{R}$: $(5 \neq 1)$ et $(\sqrt{20} \neq 2\sqrt{5})$

$\overline{S}$: $(\exists x \in \mathbb{R})\quad x^2 \neq x$.

---

② P est vraie

Q est fausse

---

③ on a: $x = 3 \in \mathbb{R}$ et $3^2 = 3$ est fausse

car $9 \neq 3$

---

④ Une proposition vraie : H : $4=4$

Une proposition fausse : K : $5=2$

EX.2 ① Soit $(a;b) \in \mathbb{R}^2$ et montrons que :

$(a>2$ et $b>1/2) \Rightarrow a+2b>3$

on a: $\begin{cases} a>2 \\ b>1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>2 \\ 2b>1 \end{cases} \Rightarrow a+2b>2+1$

donc: $a+2b>3$

---

② Démonstration par récurrence :

2-a| pour $n=0$ 3 divise 7^0-4^0

c-à-d 3 divise 0 c'est vraie.

Scanné avec CamScanner

Soit $n \geq 0$ Supposons 3 divise $7^n - 4^n$

et mq : 3 divise $7^{n+1} - 4^{n+1}$.

on a : 3 divise $7^n - 4^n$

donc $7^n - 4^n = 3k$ avec : $k \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow 7^n = 4^n + 3k$

$\Rightarrow 7 \times 7^n = 7 \times 4^n + 7 \times 3k$

$\Rightarrow 7^{n+1} = (3+4)\,4^n + 7 \times 3k$

$\Rightarrow 7^{n+1} = 3 \times 4^n + 4^{n+1} + 7 \times 3k$

$\Rightarrow 7^{n+1} - 4^{n+1} = 3 \times 4^n + 7 \times 3k$

$\Rightarrow 7^{n+1} - 4^{n+1} = 3\underbrace{(4^n + 7k)}_{m}$

donc : $7^{n+1} - 4^{n+1} = 3 \times m$ (avec : $m = 4^n + 7k \in \mathbb{N}$)

donc : c'est vraie pour $(n+1)$.

Conclusion : par récurrence sur n on a :

$(\forall n \in \mathbb{N})$; 3 divise $7^n - 4^n$.

---

2 - b) **pour $n = 1$** on a : $9^1 \geq 4^1 + 2^1$ c'est vraie car $9 \geq 6$.

Soit $n \geq 1$ Supposons $9^n \geq 4^n + 2^n$ et mq :

$9^{n+1} \geq 4^{n+1} + 2^{n+1}$

Scanné avec CamScanner

3/3 on a : $9^n \geq 4^n + 2^n$

$\Rightarrow 9 \times 9^n \geq 9 \times 4^n + 9 \times 2^n$

$\Rightarrow 9^{n+1} \geq 9 \times 4^n + 9 \times 2^n$

et comme $9 \geq 4$ alors $9 \times 4^n \geq 4^{n+1}$

de même : $9 \geq 2$ donc : $9 \times 2^n \geq 2^{n+1}$

donc : $9 \times 4^n + 9 \times 2^n \geq 4^{n+1} + 2^{n+1}$

donc : $9^{n+1} \geq 4^{n+1} + 2^{n+1}$

donc : c'est vraie pour $(n+1)$.

Conclusion: par récurrence sur n on a montré que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ $9^n \geq 4^n + 2^n$

—— ** fin ** ——

Scanné avec CamScanner

Contrôle n°: 1 — 1ère Semestre — 2k+1

2020 - 2021

ثانوية الليمون
أولى ع ت 2

↥ N'utiliser pas le stylo rouge !

Note

EXERCICE 1 :

4 pts ① Donner la négation des propositions suivantes :

P : $3-\sqrt{3} > 0$

Q : $(257-3)$ est un nombre impair

R : $(3^4 = 81)$ et $(5^2 = 10)$

S : $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{x} + 1 > 2$

2 pts ② Quelle est la valeur de vérité de P et Q ?

2 pts ③ Montrer par contre exemple que S est fausse.

4 pts ④ Donner deux propositions H et K avec :

H : fausse ; et K : est vraie

EXERCICE 2 :

4 pts ① Montrer par contraposée que :

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$

$(x \neq 10 \text{ et } y \neq 5) \Rightarrow xy+50 \neq 5x+10y$

4 pts ② Démontrer par récurrence l'une des propositions suivantes :

2-a) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $8^n \geqslant 5^n + 2^n$

2-b) $(\forall n \in \mathbb{N})$; 4 divise $17^n - 13^n$

— * Bon courage * —

Scanné avec CamScanner

1 Bac S.Exp — Correction du DS n° 1 [2k + 1]

Ex:1

① $\overline{P}$: $3 - \sqrt{3} \leqslant 0$

$\overline{Q}$: $(257 - 3)$ est un nombre pair.

$\overline{R}$: $(3^4 \neq 81)$ ou $(5^2 \neq 10)$

$\overline{S}$: $(\exists x \in \mathbb{R}^+)$ $\sqrt{x} + 1 \leqslant 2$.

---

② P est vraie.

Q est fausse.

---

③ on a : $x = 0 \in \mathbb{R}^+$

$\sqrt{x} + 1 > 2$

$\Leftrightarrow 0 + 1 > 2$ c-à-d : $1 > 2$ (impossible)

donc S est fausse.

---

④ une proposition fausse : H : $1 > 10$.

une proposition vraie : K : $3 = 3$.

Ex:2

1°/ Soient $x ; y \in \mathbb{R}$ et montrons que :

$$xy + 50 = 5x + 10y \Rightarrow (x = 10 \text{ ou } y = 5)$$

on a : $xy + 50 = 5x + 10y$

$\Rightarrow xy + 50 - 5x - 10y = 0$

$\Rightarrow xy - 5x + 50 - 10y = 0$

$\Rightarrow x(y - 5) + 10(5 - y) = 0$

Scanné avec CamScanner

$\Rightarrow x(y-5) - 10(y-5) = 0$

$\Rightarrow (y-5)(x-10) = 0$

$\Rightarrow (y-5 = 0 \text{ ou } x-10 = 0)$

$\Rightarrow (y = 5 \text{ ou } x = 10)$

2°/ Démonstration par récurrence :

2-a

pour $n = 1$ $\quad 8^1 \geqslant 5^1 + 2^1$

$\Leftrightarrow \quad 8 \geqslant 7$: c'est vraie.

Soit $n \geqslant 1$ supposons que : $8^n \geqslant 5^n + 2^n$

et mq : $8^{n+1} \geqslant 5^{n+1} + 2^{n+1}$

on a : $8^n \geqslant 5^n + 2^n$

$\Rightarrow \quad 8 \times 8^n \geqslant 8 \times 5^n + 8 \times 2^n$

$\Rightarrow \quad 8^{n+1} \geqslant 8 \times 5^n + 8 \times 2^n$

on a : $8 \geqslant 5$ donc $8 \times 5^n \geqslant 5^{n+1}$

$8 \geqslant 2$ donc $8 \times 2^n \geqslant 2^{n+1}$

donc : $8 \times 5^n + 8 \times 2^n \geqslant 5^{n+1} + 2^{n+1}$

donc : $8^{n+1} \geqslant 5^{n+1} + 2^{n+1}$. Donc c'est vraie pour $(n+1)$.

Conclusion : d'après le principe de récurrence : $(\forall n \geqslant 1) : 8^n \geqslant 5^n + 2^n$

Scanné avec CamScanner

3/3

2-b)

pour $n=0$: 4 divise $17^0 - 13^0$

c-à-d : 4 divise 0 . c'est vraie

(car : $0 = 4 \times 0$)

Soit $n \geq 0$ Supposons 4 divise $17^n - 13^n$

et mq : 4 divise $17^{n+1} - 13^{n+1}$

on a : 4 divise $17^n - 13^n$

donc : $17^n - 13^n = 4k$; $(k \in \mathbb{N})$

$\Rightarrow 17^n = 13^n + 4k$

$\Rightarrow 17 \times 17^n = 17 \times 13^n + 4 \times 17 \times k$

$\Rightarrow 17^{n+1} = (4 + 13) \times 13^n + 4 \times 17 \times k$

$= 4 \times 13^n + 13^{n+1} + 4 \times 17 \times k$

donc : $17^{n+1} - 13^{n+1} = 4(\underbrace{13^n + 17k}_{m})$

donc : $17^{n+1} - 13^{n+1} = 4 \times m$

(avec : $m = 13^n + 17k \in \mathbb{N}$)

donc c'est vraie pour $(n+1)$

Conclusion : par récurrence sur n on a :

$(\forall n \geq 0)$: 4 divise $17^n - 13^n$

Scanné avec CamScanner